

はじめに

私たちは、日々、様々な「発見」をしています。そうした発見の中でも、言われれば「なるほど!」と思う発見をしたときは嬉しいものです。パズルの答えや幾何の補助線など、わかれば納得、なのですが、なかなか見つけにくい、そんな発見です。「計算」という枠組みの中で、この種の発見の存在を予想しているのが「 $P \neq NP$ 予想」です。

答えを言われれば(比較的容易に)正しいと確認できる、けれども、それを見つけるのは大変難しい。そんな計算問題が存在する、というのが「 $P \neq NP$ 予想」です。そんな問題、世の中に山ほどあるよ!と思われる方がほとんどでしょう。でも、その証明ができないのです。コンピュータが登場した頃から多くの研究者が取り組み、未だに解決の糸口すら見つかっていません。そして、今や「 $P \neq NP$ 予想」は、21世紀の数学の7大問題の1つとまで言われるようになりました。

どんな計算問題でも、それを解く計算法(アルゴリズム)は無数にあります。その中には効率の良いものも悪いものもあります。ただ、どんな計算問題にも、これ以上、効率良くは解けない!という限界があるはず。そうした計算の限界を解析する分野が計算複雑さの理論です。計算複雑さの理論の中で「 $P \neq NP$ 予想」が定式化され、研究されてきました。その計算複雑さの理論の基礎を「 $P \neq NP$ 予想」を中心に解説したのが本書です。

1990年頃から、計算複雑さの理論が大きく変わってきました。たとえば、NPの定義です。以前は、記号NPの由来となった Nondeterministic Polynomial-time computability (非決定性多項式時間計算可能性)を用いた定義が使われていました。しかし、最近では、もっと直観的にわかりやすい「解の検証の容易性」を用いた定義の方が主流です。

もっと重要な変化は計算にランダムネスを使う乱択計算(randomized computation)によりもたらされました。乱択計算は効率的アルゴリズムの開発法として導入されたのですが、ランダムネスの導入により計算の概念が拡張され、従来の数学で開発されてきた様々な解析技法が使えるようになりました。それにより、計算複雑さの研究が大きく深まり、「 $P \neq NP$ 予想」が数理科学的にも豊かな研究題材になってきたのです。

そうした最先端の研究への架け橋として、最先端の研究の入り口が見えるところまで、皆さんをご案内するのを目標に本書を書きました。

「計算」を対象としたこの分野は、従来の数理学と物の見方がちょっと違います。そのため数学や物理が得意な人でも、あるいは「計算」を熟知しているはずのプログラミングの達人でも、戸惑う場合があるようです。でも、それはそんなに難しいものではありません。背後にある考えさえ実感できれば、独特の記法や言い回しにも慣れるのは早いはず。本書では、計算複雑さの理論を、できるだけ実感を持ってわかってもらえるように、いろいろ工夫してみました。タイトルの「今度こそわかる」には、ちょっと抵抗感もありましたが、一度、挫折した人でも、これならば!と思って頂けることを目指して書きました。

本書が紹介する計算複雑さの枠組みが、実際のプログラムの効率を議論する際のヒントになれば幸いです。計算複雑さを数学的に議論するおもしろさを、本書によって知って頂ければ嬉しいです。さらに、本書をきっかけに、「 $P \neq NP$ 予想」の研究に取り組む人が出てくれば最高です。

渡辺 治